

1. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = 10e^x, \\ y(0) = 2, y'(0) = 3. \end{cases}$$

2. Bepaal de algemene oplossing van de differentievergelijking

$$y_n + y_{n-1} = 2n^2.$$

3. a) Bepaal de Laplacegetransformeerde van de functie  $f(x) = x^2 e^{3x}$ .  
b) Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 2e^{3x}, \\ y(0) = 1, y'(0) = 3. \end{cases}$$

met behulp van Laplacetransformatie.

4. Gegeven is de (complexe) machtreeks

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(6 + 8i)^n}{\ln n} z^n.$$

- a) Bereken de convergentiestraal  $R$  van deze machtreeks.  
b) Geef een  $z_1$ , met  $|z_1| = R$ , waarvoor de machtreeks convergeert.  
Geef ook een  $z_2$ , met  $|z_2| = R$ , waarvoor de machtreeks divergeert.  
[Motiveer je antwoorden.]

**Z.O.Z.**

5. Laat  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  voldoen aan

$$\begin{cases} xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

- a) Bereken de coëfficiënten  $a_n$  voor alle  $n \geq 0$ .  
 b) Bepaal de convergentiestraal van deze machtreeks.

6. Gegeven is de functie  $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  door

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{als } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{als } |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

De functie  $f$  wordt periodiek voortgezet buiten  $(-\pi, \pi]$ .

- a) Schets de grafiek van  $f$  en laat vervolgens zien dat de (reële) Fourierreeks van  $f$  gegeven wordt door

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n} \sin \{2nx\} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{\pi(2n+1)^2} \sin \{(2n+1)x\}.$$

- b) Geef aan naar welke functie de Fourierreeks convergeert op  $(-\pi, \pi]$ .  
 [Motiveer je antwoord!]  
 c) Bereken:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

### Normering:

1 : 4	2 : 3	3 : a) 1 b) 3	4 : a) 2 b) 2	5 : a) 3 b) 2	6 : a) 4 b) 1 c) 2
_____	_____	_____	_____	_____	_____
4	3	4	4	5	7

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{3} + 1$$