

Datum: 31 maart 2005, 13.30-15.30

Aantal opgaven: 4

Beantwoordingsinstructie: werk netjes en schrijf duidelijk.

1. In het x, y vlak wordt de kromme C gegeven door $x = \cos^2 t$, $y = \sin^2 t$, waarbij t van 0 tot $\frac{\pi}{2}$ loopt. Het gebied D wordt ingesloten door C , en de x - en de y -as.

(i) Schets de kromme C en bereken de lengte van de kromme C .

(ii) Bereken de oppervlakte van D met behulp van een lijnintegraal.

2. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door $\mathbf{F} = z(y+1)\mathbf{i} + x(z+1)\mathbf{j} + y(x+1)\mathbf{k}$. De kromme C is de doorsnijding van de eenheidsbol $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en het vlak $3x - 2y - z = 0$. Kies een orientatie van C en bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_C z(y+1)dx + x(z+1)dy + y(x+1)dz.$$

3. In de x, y, z ruimte wordt het oppervlak S gegeven door

$$x = (2 + \sin \phi \sin \theta) \cos \phi, \quad y = (2 + \sin \phi \sin \theta) \sin \phi, \quad z = \sin \phi \cos \theta;$$

waarbij $0 \leq \phi \leq \pi$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Bereken met behulp van een oppervlak-teintegraal de inhoud van de door S begrensde croissant.

4. Het oppervlak S wordt gegeven door $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en $z \geq 0$. De orientatie van S wordt vastgelegd door in het punt $(0, 0, 1)$ de normaal gelijk te kiezen aan de derde basisvector $\mathbf{k}$. Het vectorveld $\mathbf{F}$ wordt gegeven door $\mathbf{F} = x \exp(z) \mathbf{i} + 2y \exp(z) \mathbf{j} - 3 \exp(z) \mathbf{k}$. Bereken

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int_S x \exp(z) dydz + 2y \exp(z) dzdx - 3 \exp(z) dxdy.$$

Normering: 2 à 3 punten per som, eindcijfer maximaal 10.