Vectorcalculus

Dit college gaat over functies $\mathbf{f} : \mathbb{R}^{\mathbf{n}} \to \mathbb{R}^{\mathbf{m}}$, waarbij de volgende gevallen speciale aandacht krijgen: $n > 1$, $m = 1$ (de gewone functies van meer variabelen); $n = m > 1$ (vectorvelden); $n = 1$, $m > 1$ (geparametriseerde krommen); $n = 2$, $m > 2$ (geparametriseerde oppervlakken). We beperken ons grotendeels tot $m, n = 1, 2, 3$.

We behandelen/herhalen eerst de beginselen van de differentiaalrekening, met name de partiële afgeleiden en gradient van een functie $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, en voor vectorvelden $\mathbf{f} : \mathbb{R}^{\mathbf{n}} \to \mathbb{R}^{\mathbf{n}}$ de begrippen divergentie en ($m = n = 3$) rotatie. Eveneens herhalen we de beginselen van de integraalrekening voor functies van twee en drie variabelen, en behandelen we de transformatiestelling voor deze integralen.

Vervolgens zullen we zowel functies als vektorvelden over krommen en oppervlakken integreren, waarbij de aldus gedefinieerde integralen ook van een fysische of andere context worden voorzien. Tenslotte komen de divergentiestelling en de rotatiestelling aan de orde.

Met de divergentiestelling worden integralen van vektorvelden over gesloten oppervlakken gerelateerd aan integralen van hun divergentie over het omsloten gebied. De rotatiestelling relateert integralen van vektorvelden over gesloten krommen aan integralen van hun rotatie over een door de kromme begrensd oppervlak. Een eerste kennismaking met differentiaalvormen plaatst een en ander in een bredere wiskundige context.

Het college wordt gegeven aan de hand van het boek Vector Calculus van Marsden en Tromba (5th edition). De stof is een deelverzameling van de hoofdstukken 2,4,5,6,7,8 van dit boek.

De nadruk in dit college ligt op de betekenis van de gepresenteerde theorie, en in veel mindere mate op de bewijzen van stellingen.