

*Reacties op de artikelen 'Dynamische systemen: aanzet tot een curriculum' van Elwin Savelsbergh en 'Computergebruik en demathematisering' van Henk Broer, NAW, sept. 2007. Het lijkt erop dat bij Savelsbergh het ontbreken van het leerdoel "het ontwikkelen van kennis en vaardigheden in de wiskunde van dynamische systemen" tot enige verontrusting heeft geleid.*

### Niet alles goud

'Ha!' roept mijn zoon, 'Er is een vriendje online!' Ik zie op het scherm een figuurtje met een blinkend zwaard dat King.Midas heet. Als ik vraag wat voor vriendje King.Midas is, valt er een pijnlijke stilte. King.Midas is een sorcerer die elementals kan summonen, verdere vragen zijn evident ongepast, en de antwoorden die ik zoek zijn hetzij onbekend, hetzij onbetrouwbaar. Ik bevind me duidelijk in het verkeerde taalspel. De objecten die je via een grafische rekenmachine of ict leert kennen, lijken op de elementals van voornoemde King.Midas. Ze verschijnen op het scherm, je kunt ze oproepen door op knopjes van het type abs, var en inv te drukken, en in de loop der tijd ontstaat het onbestemde gevoel dat je ze leert waarderen. Ze doen vreselijk hun best om op wiskundige objecten te lijken, maar hebben daar in essentie niet zo vreselijk veel mee te maken: vragen naar hun eigenschappen zijn vaak ongepast, en antwoorden zijn hetzij onbekend, hetzij onbetrouwbaar. Plato zou zich in zijn graf omdraaien.

Wiskunde is mooi omdat zien en zeggen niet altijd samenvallen. Dat is spannend: soms zie je dingen die je nog niet wiskundig kunt zeggen, soms zeg je dingen die je tot je verbazing nog niet eerder had gezien. Leerlingen die via grafische rekenmachines of ict ingeleid worden in de wiskunde krijgen ontegenzeggelijk veel te zien dat de schijn van wiskunde heeft — maar ze leren veel te weinig te zeggen. De objecten die we hen op hun scherm laten oproepen, vertegenwoordigen een vorm van wiskundige kitsch, slechte kopieën die we hun met te veel pretentie voorschotelen, een surrogaat van hoe mooi wiskunde kan zijn. Geen wonder dat er bijna niemand wiskunde gaat studeren.

Koning Midas zelf kwam pas laat tot inzicht. Het is niet alles goud wat er blinkt. *Paul Bezembinder (Technische Universiteit Eindhoven)*

### Dynamisch modelleren: domineert de computer weer de algebra?

In sommige deelgebieden van de wiskunde lijkt de tastbare werkelijkheid ver weg. Savelsbergh's binnenkomeer dient als contrast voor het dynamisch modelleren, pas (!) in de twintigste eeuw tot grote bloei gekomen dankzij de opkomst van numerieke technieken. Newton en Kepler blijven onvermeld want mechanica is minder geschikt voor onderwijsdoeleinden, aldus drie referenties zonder verdere toelichting.

In zijn discussie van griepmodellen, radioactief verval, en rupsenpopulaties, gooit Savelsbergh zo'n beetje alles waar ik onderscheid tussen zou maken op één grote hoop, bij voorkeur zonder er ook maar een woord aan vuil te maken. Aantallen, gemiddelde of verwachte aantallen, en kansen bijvoorbeeld, maar ook numeriek oplossen, discreet modelleren en continu modelleren. Parameters die evident niet geheel-talig zijn worden wel zo gekozen, en nog gelijk aan elkaar ook. Alle modellen zijn ineens deterministisch op het moment dat er gesimuleerd wordt. Absurd is de discussie over niet-geheelwaardige gesimuleerde oplossingen. En hoe bestaat het dat je een niet-lineaire differentiaal-vergelijking uit de lucht laat vallen bij een populatieverhaal nadat de lineaire versie onvermeld gebleven is bij radioactief verval? Het belangrijke concept van verschillende tijdschalen wordt uitgelegd aan de hand van het begrip *tijdstap* en daarmee verdoezeld. Het gedrag van dynami-

*In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.*

*Redacteur: Ferdinand Verhulst  
e-mail: f.verhulst@uu.nl*

sche systemen wordt gecategoriseerd, waarbij componenten van het model en gedrag van oplossingen door elkaar heenlopen. Uiteindelijk dan toch de mechanische slingervergelijking vanwege numerieke problemen (bij Euler's methode) en gebrek aan kwalitatief inzicht bij ecologische problemen.

In het laatste gedeelte van het artikel komen modelleertools aan de orde. Daarmee is het mogelijk om in woorden geformuleerde regeltjes, zoals bij het griepmodel, in te voeren als, zo lijkt het althans, differentiaalvergelijkingen, die daarna weer discreet opgelost worden. Ook hier is onduidelijk wat er precies gebeurt. Is het model continu en daarna de oplossingsmethode numeriek weer discreet, of is het model vanaf het begin discreet? Sommige onderwijsdeskundigen en vakdidactici zijn er voorstander van om van het begin af aan voor al het modelleren gewoon één zo'n tool te pakken en de leerlingen daarmee aan de slag te laten gaan. Ik vind dat schrikbarend. Zelfs al zouden de leerlingen de tool zo in de vingers krijgen dat ze er mee aan de slag kunnen (hetgeen ik betwijfel), vanaf dat moment zitten ze opgesloten binnen de grenzen van de modelleertool. Een soort a priori afgebakend deel van het intellectuele universum waarbinnen alle activiteit moet plaats vinden. Zit hier ook de gedachte achter dat de wiskunde af is en alleen nog maar in apparaatjes gestopt moeten worden die het (denk)werk doen? Ik ben niet mordicus tegen het gebruik van hulpmiddelen, maar wees er toch eens terughoudend mee. We hebben gezien tot wat voor ellende de misvatting kan leiden dat computers beter zijn in algebra.

Door het verhaal heen loopt een discussie met de Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (cTWO). Toen ik de eerste versie van de module Wiskundig Modelleren onder ogen kreeg, wist ik nog niet eens wat cTWO was. Op de school van mijn zoon werd deze versie, afkomstig van de site van cTWO, overwogen voor Wiskunde D en NLT samen. Dat idee sprak me erg aan, maar ik schrok me een ongeluk toen ik het materiaal bestudeerde. Rondmailen leidde tot berustende reacties bij collega's. Op de receptie na de oratie van Mark Peletier sprak ik Dirk Siersma aan op wat ik gelezen had. Hij stelde me voor aan Paul Drijvers van het Freudenthal Instituut (FI), als zijnde een van de makers van het materiaal. De discussie daarna begon van Drijvers' kant over banen van mensen waar ik om moest denken als ik kritiek had, en met de uitleg dat bij het maken van de methode gekozen was voor een systeemdynamica aanpak, de wereldstandaard op het gebied van dynamisch modelleren, Club van Rome, etc. Ik heb mijn bezwaren toen in detail en ongezoeten opgeschreven. Tot een inhoudelijke discussie heeft dat niet geleid. Ach ja, dat zal wel aan mij liggen. Met Harm Houwing van *Getal en Ruimte* (GR) ben ik op precies dezelfde manier in de clinch gegaan over wat ik hun boeken las, en dat heeft geleid tot een vruchtbaar overleg met hem, Jan van de Craats en Mark Peletier. De nieuwe boeken van GR zijn een hele stap vooruit, mede dankzij de inzet van Harm en zijn collega's.

Gelukkig is in cTWO besloten om niet verder te gaan met de module Dynamisch Modelleren die ik gezien had, maar helaas heeft dat ook tot het splitsen van Dynamisch Modelleren voor NLT en Wiskunde D geleid. Als Savelsbergh schrijft dat de de module Wiskundig Modelleren aanvankelijk bedoeld was voor Wiskunde D en NLT gezamenlijk, maar dat na verloop van tijd de visies toch te verschillend waren, is dat maar een deel van het verhaal. Wat er is misgegaan, is dat op het FI al vast bedacht was wat er in zo'n module zou moeten komen, en hoe deze afgezet moest worden. Inhoudelijk overleg met deskundigen was daarbij niet belangrijk en is, onlangs de bereidheid daartoe van mij en anderen, afgehouden. Daarna was het te laat. Voor NLT is de boel inmiddels geaccrediteerd. De naam van een geraadpleegde deskun-

dige op het gebied van wiskundeonderwijs aan de doelgroep mocht en mag van Harry Eikelhoff, Savelsberghs baas, niet bekend gemaakt worden.

Joost Hulshof

*Reactie op 'Evidence Based' van Derk Pik, NAW, dec. 2007, waarin gepleit wordt voor een objectief getoetste onderwijsstrategie zoals al enige tijd gebeurt in de geneeskunde door de zogenaamde Evidence based Medicine.*

### Evidence based?

In het hoofdartikel 'Evidence based' in het NAW van december 2007 stelt Derk Pik: "De evidence based benadering kan een uitweg bieden aan de vaak bittere standpuntenoorlogen tussen de diverse partijen in het onderwijs. Deze discussie zou enorm opknappen van een objectieve benadering." Beschreven wordt wat er mis is in het Nederlandse wiskundeonderwijs en het idee is dat de evidence based benadering een remedie tegen die misstanden is. Ik geloof daar niet in.

Allereerst zou er overeenstemming moeten zijn over het doel van het onderwijs. Waarom moet er wiskunde geleerd worden? Welke wiskunde en op welk niveau? De meningen hierover lopen sterk uiteen. Er is visie nodig en die verwerf je niet met zo'n objectieve benadering. Momenteel is de dominante gedachte dat leerlingen voorbereid moeten worden op hun functioneren in de maatschappij. Een wiskundige manier van denken is daar niet voor nodig en die is dan ook uit het onderwijs zo goed als verdwenen.

Het heeft weinig zin om te klagen over de kwaliteit van schoolboeken. Er zijn goede en slechte leerboeken en de slechte worden het meest gebruikt. Die slechte zijn meestal ook nog de duurste, al worden ze binnenkort wel gratis en dus nog aantrekkelijker. Goed materiaal is bijvoorbeeld dat van de *Wageningse Methode* (voor havo-vwo) en *Ratio* (eerste twee klassen vwo, digitaal en gratis). Er is in Nederland een sterke wisselwerking tussen de eindtermen van het onderwijs, zoals die tot uitdrukking komen in de examens, en het onderwijs dat feitelijk wordt gegeven. Dat mechanisme werkt niveauverlagend. Leerboeken hoeven wiskundig niet goed in elkaar te zitten: als ze veel gebruikt worden zijn ze vanzelf de norm. Zolang het leren van wiskunde bij het schoolvak wiskunde een lage prioriteit heeft zal daar weinig aan veranderen. Ik kan mij goed herinneren dat de toenmalige directeur van het Freudenthal Instituut ruim vijftien jaar geleden in kranteninterviews met trots liet weten dat het leren van wiskunde laag stond op de lijst van doelstellingen van het wiskundeonderwijs.

Nodig is dat er doelstellingen van het wiskundeonderwijs komen die gebaseerd zijn op een heldere visie. Wiskundigen kunnen daarbij een belangrijke rol vervullen, wiskundigen met een brede kijk op het belang van hun vak. Examens zijn er om te zien of in individuele gevallen de doelstellingen worden gerealiseerd. Zo eenvoudig zou dat moeten zijn. Scholen zijn dan genoodzaakt ervoor te zorgen dat het onderwijs aan die doelstellingen beantwoordt. Didactische inzichten die het best werken komen vanzelf bovendrijven. Daar hoeft de overheid zich niet mee te bemoeien. Er zullen leraren nodig zijn die dat onderwijs kunnen geven. Die moeten dus daarvoor opgeleid worden. Dat gebeurt natuurlijk niet allemaal van vandaag op morgen. Daarvoor zijn we te ver afgeleden. Je moet wel ergens beginnen en weten waar je naar toe wilt. Wat mij betreft beginnen we bij de doelstellingen van het wiskundeonderwijs.

Frans Keune