



EURODIFFUSIE

een model voor je portemonnee

Op 1 januari 2002 deed de euro definitief zijn intrede in het betalingsverkeer. Langzaam maar zie we buitenlandse muntjes in onze portemonnee verschijnen: de eurodiffusie. De term werd geïntroduceerd door het populair-wetenschappelijke tijdschrift *Natuur & Techniek*. Samen met het Wiskundig Genootschap en de Studiegroep Wiskunde met de Industrie werd gestart met een experiment om inzicht te krijgen in de verspreiding van de euro-munten. Hoe ziet de inhoud van onze portemonnee er over een jaar uit? Op de website www.wiskgenoot.nl/eurodiffusie wordt verslag gedaan van de voortgang.

GER KOOLE

Het jaar 2002 zal de geschiedenis ingaan als het jaar van de invoering van de euro. Het is ook het enige jaar dat we een uniek verschijnsel waar kunnen nemen: het mengen van de nationale euromuntjes. Alle Nederlanders gingen op 1 januari van start met alleen muntgeld met de beeltenis van Beatrix in hun portemonnee, maar gelijdelijkaan doken er buitenlandse munten op. Volgens de metingen van het Wiskundig Genootschap (WG) was in september 2002 25 procent van de munten in onze portemonnee van buitenlandse afkomst. Hoe zal zich dit verder ontwikkelen?

Evenwichtssituatie

Consensus bestaat er over het volgende: op de lange duur ontstaat er een perfecte menging, en zal een Griekse portemonnee zich niet van de Finse onderscheiden. Ten grondslag hieraan ligt het feit dat de nationale banken hebben besloten de munten niet te herdistribueren. Een alternatief is er niet: niet alleen is transport duur, er kan machinaal geen onderscheid worden gemaakt tussen de nationaliteit van de munten. Betekent dit dat op de lange duur 35 procent van onze muntjes Duits is en slechts 5 procent Nederlands? Dit zou namelijk het resultaat zijn van een perfec-

te menging van alle voor 1 januari 2002 geslagen munten! Deze voorspelling is niet helemaal correct: elk jaar worden er nieuwe nationale munten in circulatie gebracht, om derving (verlies) te compenseren. In het gulden-tijdperk bedroeg dit jaarlijks rond de 5 % van de muntvoorraad. De derving zal met de euro lager uitvallen (Bea's die mee naar Italië worden genomen belanden niet in een potje maar worden ter plekke in circulatie gebracht), maar zal er desalniettemin voor zorgen dat het lange-termijn percentage Nederlandse munten enkele procenten hoger uit zal vallen. Maar is deze evenwichtssituatie wel zo interessant?

De evenwichtssituatie wordt uiteraard slechts langzaam bereikt, en hoe dicht we er bij zijn is slechts moeilijk te meten, en al helemaal niet op te maken uit de gemiddeld 15 munten die we bij ons dragen. Een betere en meer aansprekende maat van de menging is het moment waarop de helft van de munten in circulatie buitenlands is. Het schatten van dit moment was het doel van de studiegroep.

Markov-keten

Het komen tot een schatting valt uiteen in twee delen: het formuleren van een geschikt model en het schatten van de invoerparameters. Het aantal benodigde parameters hangt sterk af van het gekozen model. Vanwege de korte tijd sinds de introductie van de euro zijn er weinig data beschikbaar: een simpel model heeft daarom de voorkeur. Het simpelste model denkbaar is een model dat de positie van een willekeurig muntje representeert, met slechts twee mogelijke toestanden: binnen en buiten Nederland. De kans dat een in Nederland startende munt zich na n maanden nog of weer in Nederland bevindt, is tegelijkertijd de fractie Nederlandse muntjes op de totale Nederlandse muntvoorraad. Hierbij nemen we aan dat de Nederlandse munten die zich nu in het buitenland bevinden zijn vervangen door buitenlandse munten: de netto stroom van munten is o.

We nemen een Markov-keten met twee toestanden, waarbij we aan het eind van elke maand de positie van een willekeurig muntje beschouwen. Stel dat p de kans is dat een munt na 1 maand van Nederland naar het buitenland is gegaan, p is dus de overgangskans van zeg toestand N (Nederland) naar toestand B (buitenland). De buitenlandse muntvoorraad is 20 maal groter dan de Nederlandse; uit het feit dat de netto stroom tussen landen o is volgt dat de overgangskans van B naar N gelijk is aan $p/20$. Het berekenen van de menging is nu slechts een kwestie van 2×2 matrices vermenigvuldigen; wat rest is het schatten van p . Op 1 januari waren alle Nederlandse euromunten in toestand N en alle buitenlandse in toestand B . Het percentage buitenlandse munten in Nederland op 1 februari kan gebruikt worden als schatter voor p . Aangezien p relatief klein is is er de eerste maanden een lineair verband tussen de menging en de tijd. Een telling uitgevoerd op half februari zal dus een schatter voor $3p/2$ opleveren. Laten we naar de verschillende soorten data kijken.

'Eurometers' aan de slag

Tientallen tellingen worden dagelijks opgegeven op de Eurodiffusie website van het WG, en vervolgens op grafische wijze zichtbaar gemaakt aan de bezoeker. De tellers - 'Eurometers' genoemd - zijn echter vrijwilligers, en zijn niet aselekt gekozen. De Eurometers beslissen zelf wanneer zij tellingen registreren, en waarschijnlijk doen sommigen dit pas als ze wat anders dan saaie Nederlandse muntjes in hun portemonnee aantreffen. Eigen metingen onder studenten, studiegroepdeelnemers en kantinekassa's bevestigden dit vermoeden. Het valt tevens op dat de resultaten van de metingen sterk uiteenlopen, van 91 tot 98% Nederlandse munten na 1 maand voor de meest betrouwbaar geachte metingen. Gezien de grootte van deze metingen duidt dit erop dat er sprake is van verschillende verdelingen.

Inderdaad kwam de meting met de snelste menging uit Hengelo, waar je zou verwachten dat de menging met Duits geld sneller gaat dan elders.

Alles overziende kwamen we tot de voorzichtige conclusie dat er na 1 maand sprake was van 4% buitenlandse munten in Nederland. Met $p=0.04$ kunnen we nu de matrixvermenigvuldiging uitvoeren, waaruit blijkt dat na zo'n 16 maanden een munt met begintoestand N met ongeveer gelijke kans in N of B is. Rekening houdend met een versnelde menging tijdens de vakanties komen we zo tot de conclusie dat na ongeveer 12 maanden evenveel Nederlandse munten zich binnen als buiten Nederland bevinden.

Spaarpotten

Hoe betrouwbaar is dit antwoord? Het antwoord valt uiteen in twee delen. Enerzijds zijn er redenen vraagtekens te zetten bij het model, anderzijds kan men (delen van) het model middels validatie aan de werkelijkheid toetsen. We beginnen met de modelaannames, en bespreken mogelijke modelverfijningen. In het model maken we slechts onderscheid tussen twee mogelijke toestanden. Dit veronderstelt dat alle munten dezelfde kans hebben Nederland te verlaten danwel binnen te komen. Dit is in werkelijkheid niet het geval: dicht bij de grens vindt er door grensverkeer meer menging plaats, en aan de buitenlandse munten in Nederland zien we dat menging het eerst tot stand komt met Duitse, Franse en Belgische munten. Een mogelijke modelverfijning zou het uitbreiden van de toestandsruimte te zijn, bijvoorbeeld met een toestand voor elk Euroland en elke Nederlandse provincie. Dit is echter praktisch onmogelijk, gezien het gebrek aan metingen over muntverkeer tussen provincies en de Eurolanden onderling.

Een wellicht meer zinvolle uitbreiding van de toestandsruimte zou zijn door het maken van onderscheid tussen het soort locatie waar het zich bevindt. Slechts een klein deel van de muntvoor-

raad vult de portemonnees van individuen; het grootste deel is te vinden in kassa's en ligt opgeslagen bij (centrale) banken. Daarnaast zijn in de loop van 2001 de meeste spaarpotten geleegd en worden deze nu weer deels gevuld met euro's. Tenslotte is er nog sprake van mensen die euro-muntjes sparen. Het kwantificeren van deze effecten is ook hier erg moeilijk, waardoor het zinloos lijkt deze effecten in toestanden te vangen. Wat wel zorgwekkend is ten aanzien van onze voorspelling is het feit dat het gedrag van met name spaarders in de loop van de tijd zal veranderen. Waarschijnlijk is de feitelijke stroom van munten naar Nederland hoger dan de maandelijkse 4%, maar wordt een belangrijk deel van de munten door spaarders uit de roulatie gehaald. Het gros van de spaarders zal echter de meest courante landen nu compleet hebben, hetgeen misschien zal leiden tot een hoger percentage buitenlandse munten in circulatie.

In hoeverre zijn deze effecten significant? Dat is op voorhand moeilijk te zeggen. De enige gegronde reden om ons 2-toestandsmodel te verworpen is op basis van validatie. Vooralsnog lijkt hier geen reden toe te zijn: de resultaten op de eurodiffusie site wijken slechts in beperkte mate af van de voorspellingen aan de hand van het model. Om deze reden houden we vast aan de voorspelling dat op 1 januari 2003 ruwweg de helft van de muntvoorraad in circulatie buitenlands zal zijn.

Het onderzoek waarover dit artikel rapporteert is uitgevoerd door Piet van Blokland, Lorna Booth, Kirankumar Hiremath, Michiel Hochstenbach, Ger Koole, Sorin Pop, Marieke Quant, en Djoko Wirosoetisno. Onze dank gaat uit naar Jeanine Koppels van DNB voor de door haar geleverde informatie.

DR. G. KOOLE is hoogleraar Optimalisatie van bedrijfsprocessen bij de Afdeling Wiskunde van de Vrije Universiteit Amsterdam. E-mail <koole@cs.vu.nl>.